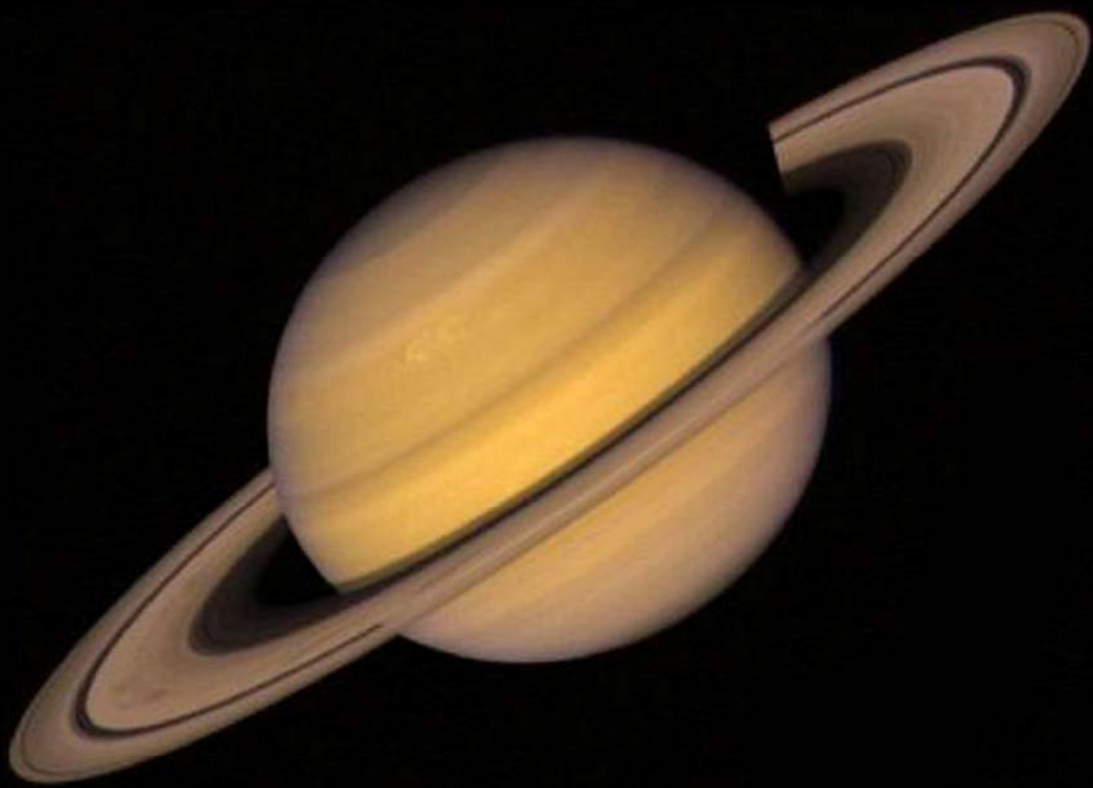


SATURNO: OS SEUS ANEIS E O SEU ESPECTRO



Saturno: os seus aneis e o seu espectro

Resumo:

Nesta unidade estúdanse as distintas inclinacións que mostran os aneis de Saturno ao observalos desde a Terra e a través delas calcúlase a inclinación do eixe do planeta. Tamén se presenta o “Efecto Doppler-Fizeau” e con el interprétanse os espectros luminosos de Saturno e os seus aneis.

Contidos:

Cálculo da inclinación de Saturno usando os seus aneis

O efecto Doppler-Fizeau

O espectro de Saturno

Cálculo de la velocidade e período de rotación de Saturno usando o seu espectro

Cálculo da velocidade de rotación dos aneis de Saturno usando o seu espectro

Cálculo da masa e a densidade de Saturno usando as leis de Newton

Material adicional

Nivel:

Segundo ciclo de ESO e Bacharelato

Referencia:

10th EAAE International Summer School,
<http://www.eaae-astro.org>, <http://www.eaae-astronomy.org>
<http://www.csic.es/astrosecundaria>

Autores :

Francis Berthomieu (Comité de Liaison Enseignants et Astronomes, CLEA (France))
Rosa M. Ros Ferré (Universitat Politècnica de Catalunya)



Coordinadora apuntamentos pedagóxicos “Con A de Astrónomas”:

Josefina F. Ling (Universidade de Santiago)

Axudantes de maquetación e tradución:

Surinye Olarte Vives, Alejandra Díaz Bouza



Ella es una Astrónoma



SATURNO: OS SEUS ANEIS E O SEU ESPECTRO

Resumo

Todo o mundo coñece o planeta Saturno, asociándoo cos seus aneis. Menos coñecido é o feito de que eses aneis non se ven sempre da mesma maneira desde a Terra. Este traballo estúdao especialmente. Consideraremos os aneis observados desde a Terra para calcular a inclinación do eixe de rotación do planeta.

O Efecto Doppler-Fizeau é unha ferramenta de múltiples usos en astrofísica. Explicase en que consiste e danse as consecuencias matemáticas que se deducen del. Móstrase despois como serve para interpretar algunhas imaxes de espectros luminosos, tal como o de Saturno e os seus aneis.

Cálculo da inclinación de Saturno usando os seus aneis

Os aneis de Saturno atópanse no plano ecuatorial do planeta. O eixe de rotación de Saturno ten unha inclinación de 27° co plano da órbita e esa órbita está inclinada $2,5^\circ$ sobre o plano de translación da Terra, o plano da eclíptica, figura 1, e por iso Saturno ofrécenos aspectos variados (figura 2).

Os aneis de Saturno dannos a oportunidade de calcular facilmente a inclinación do planeta. Se Saturno non tivese ningunha inclinación, os seus aneis aparecerían sempre da mesma maneira. En realidade, a inclinación aparente dos aneis cambia dun valor máximo de 27° a cero e, nese caso, os aneis non se ven.

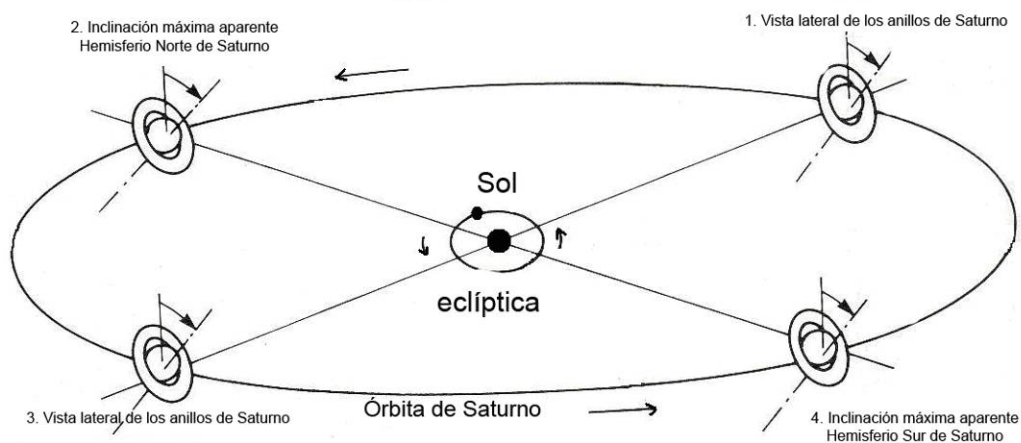


Figura 1. O eixe de rotación de Saturno está inclinado sobre o plano da súa órbita e este plano está inclinado en relación á eclíptica

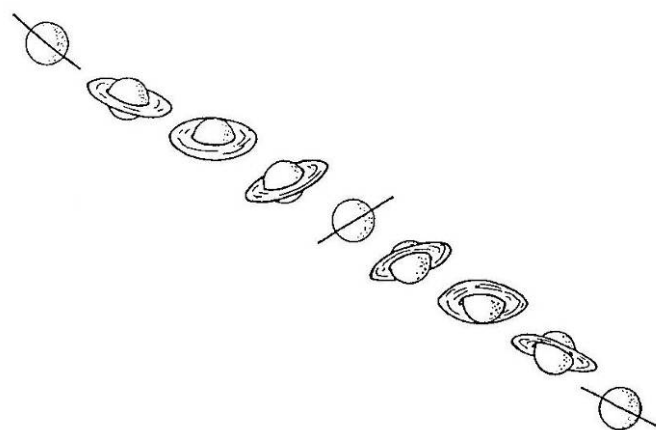


Figura 2. O aspecto de Saturno cambia

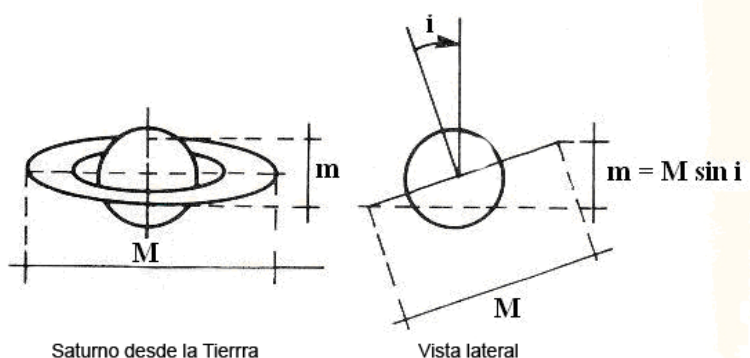


Figura 3. Observando os aneis de Saturno dende a Terra

É moi sinxelo medir a inclinación dos aneis en cada unha das fotografías. Chamando m o eixe menor e M o eixe maior dos aneis na foto, a inclinación i pode obterse da figura 3 por

$$i = \arcsin(m/M)$$

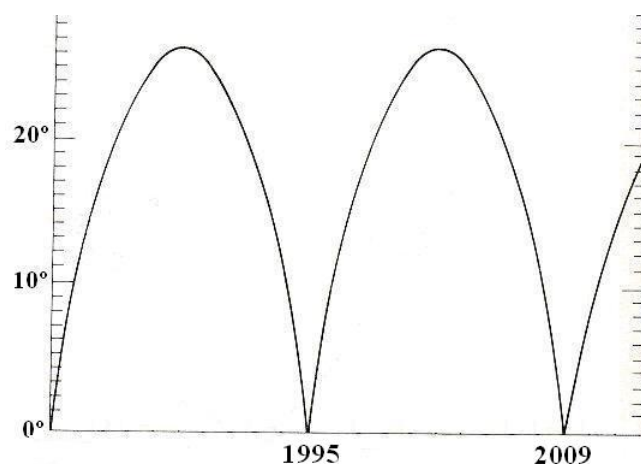


Figura 4. Gráfica da variación da inclinación aparente dos aneis de Saturno respecto do tempo

Dado que a variación da inclinación dos aneis é periódica (figura 4), podemos calcular a inclinación correspondente a cada unha das fotos que aquí se presentan (figuras 5a, 5b, 5c,

5d, 5e, 5f, 5g, 5h, 5i, 5l e 5m). Este valor pode situarse na figura 4. Pódese observar, en cada caso, a posición do punto na gráfica e deducir se a inclinación está a crecer ou diminuindo.

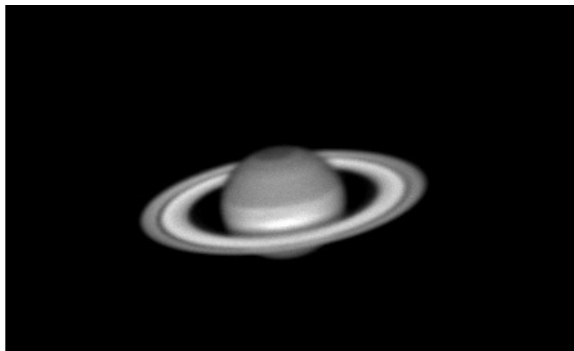


Figura 5a. Saturno en novembro de 1999



Figura 5b. Saturno en setembro de 2000



Figura 5c: Saturno en agosto de 2001



Figura 5d: Saturno en setembro de 2002



Figura 5e: Saturno en novembro de 2003

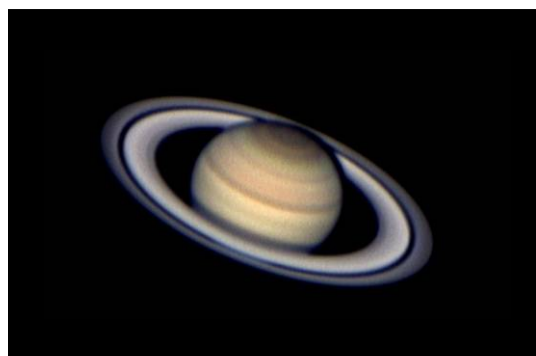


Figura 5f: Saturno en xaneiro de 2004

Figura 5. Distintas fotografías de Saturno e os seus aneis (Albert Capell, Barcelona)



Figura 5g: Saturno en xaneiro de 2005

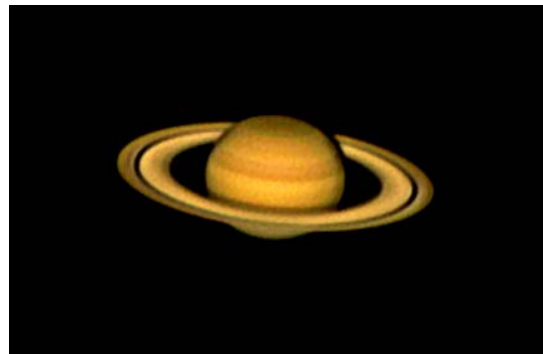


Figura 5h: Saturno en febreiro de 2006

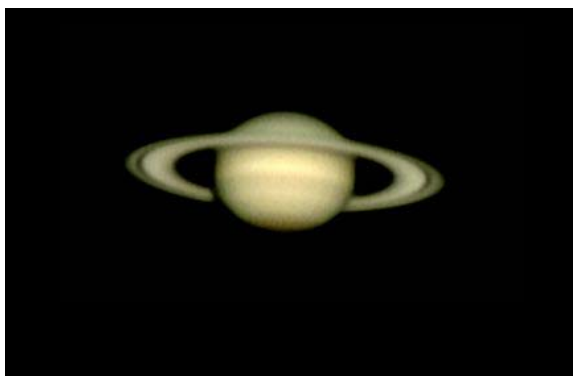


Figura 5i. Saturno en febreiro de 2007



Figura 5l. Saturno en xaneiro de 2008



Figura 5m: Saturno en marzo de 2009

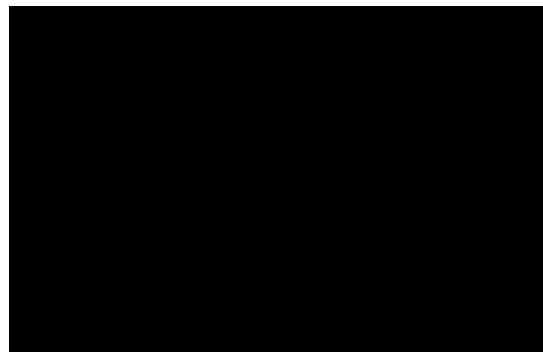


Figura 5. Distintas fotografías de Saturno e os seus aneis (Albert Capell, Barcelona)

Por exemplo:

- Da fotografía 5d de 2002, dedúcese $m=20\text{mm}$ e $M = 46\text{mm}$ e, en consecuencia, $i = 27^\circ$.
- Para o ano 2007, na fotografía 5i mídense, respectivamente, 14mm e 54mm e obtense $i = 15^\circ$.

Contos de fadas... e periodicidade

Moitos dos fenómenos astrofísicos teñen que ver coa noción de periodicidade. Atoparemos eses tipos de problemas cando estudemos o Efecto Doppler-Fizeau ou a medida da velocidade da luz de Olaus Römer. Esta curta presentación, un conto de príncipes e princesas, axúdanos para entender sinxelamente estes delicados problemas.

O príncipe Xoán e a princesa Ana

“O príncipe Xoán foise a unha viaxe de exploración no seu barco, deixando a princesa Ana no seu castelo. Como todos os namorados, necesitaban estar en contacto: decidiron usar pombas mensaxeiras. Xoán saíu un domingo ás doce e prometeulle a Ana mandarlle unha pomba (con algunha mensaxe secreta) cada día ás doce. E así o fixo durante toda a súa viaxe!

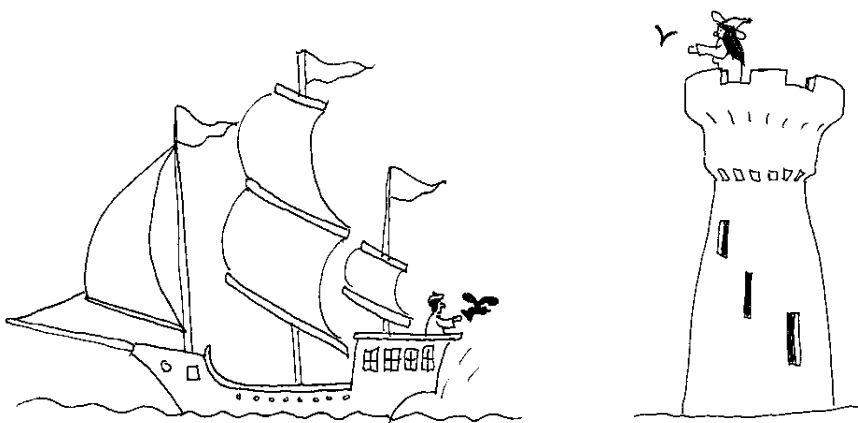











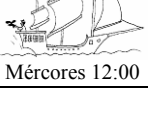
Figura 6. O príncipe Xoán e a princesa Ana

Ela esperou cada día ás doce no cume da súa torre. Pero as pombas nunca chegaron ás doce, senón máis tarde! Durante a primeira semana, chegaron cunha periodicidade de 25 horas! Logo, por un día, o período foi de 24 horas. E ata que volveu o príncipe á súa casa, o período foi de 23 horas! Agora, miremos con atención a nosa historieta e trataremos de atopar a explicación de tal estraño fenómeno... É bastante sinxelo entendelo se se sabe que:

- *O barco do príncipe Xoán percorre 100 km por día.*
- *As pombas voan a 100 km por hora!”*









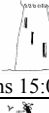
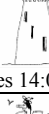
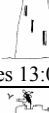

Vexamos o seguinte esquema:

Mensaxe enviada:

 Luns 12:00
 Martes 12:00
 Mércores 12:00
 Xoves 12:00
 Venres 12:00
 Sábado 12:00
 Domingo 12:00
 Luns 12:00
 Martes 12:00
 Mércores 12:00



Mensaxe recibida:

 Domingo 12 :00
 Luns 13:00
 Martes 14:00
 Mércores 15:00
 Xoves 16:00
 Venres 17:00
 Sábado 17:00
 Domingo 16:00
 Luns 15:00
 Martes 14:00
 Mércores 13:00
 Xoves 12:00

O Efecto Doppler-Fizeau

Todos nós podemos ouvir unha consecuencia do Efecto Doppler en acústica. Cando un coche se nos aproxima tocando a bucina, escóitase un son máis agudo que cando o coche se afasta. Un son é un fenómeno periódico, cuxos parámetros físicos son a frecuencia N e o período T . Véñse propagando cunha velocidade C . Eses parámetros permítenos definir unha lonxitude de ondas $\lambda = CT$ ó $\lambda = C/N$.

Como se pode explicar a aparente modificación deses parámetros cando a fonte de son se move en relación ao observador? Imaxinemos tres puntos situados nunha mesma liña recta Ox . A e B non se moven, mentres C se move con velocidade constante indo desde A cara a B. Supomos que C vaia emitindo un son caracterizado pola súa frecuencia N_0 e o seu período T_0 .

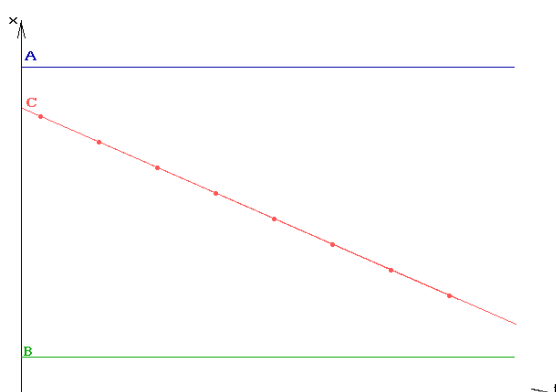


Figura 7. Os puntos A e B non se moven e C móvese con velocidade constante

Na figura 7 pódese apreciar unha representación gráfica desta situación, en relación co tempo t . Podemos supoñer que C está emitindo un *top* cada T segundos, como o indicado por puntos no debuxo. Como o son se propaga coa velocidade C , demórase algún tempo para ir dende C a A (figura 8a) ou B (figura 8b), segundo a distancia que debe percorrer.

Nos debuxos, podemos representar a propagación do son por liñas rectas e ver en que instante chega o son dun *top* ao punto A ou ao punto B.

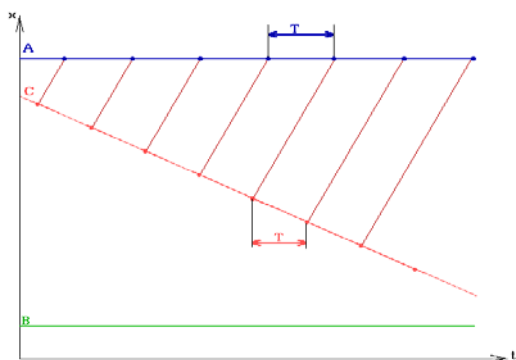


Figura 8a. Para ir desde C ata A

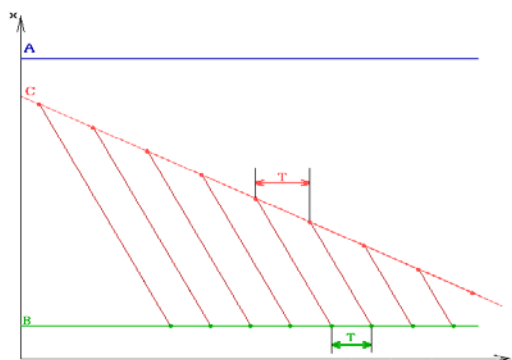


Figura 8b. Para ir desde C ata B

Nótase claramente que o período T do fenómeno, tal e como o percibe o observador A, é máis longo que T_0 , mentres que en B parece máis curto.

Así podemos deducir:

- Se a fonte de son se afasta do observador, o período do son parece máis longo que o orixinal. A súa lonxitude de ondas tamén se ve máis longa que a orixinal. A frecuencia parece diminuír e o son é máis grave.
- Se a fonte de son se achega ao observador, o período do son parece máis curto que o orixinal. A súa lonxitude de ondas tamén se ve máis curta que a orixinal. A frecuencia parece aumentar e o son é máis agudo.

Podemos agora mirar as figuras 8c e 8d, que corresponden respectivamente a esas dúas situacións.

$$C = \frac{\Delta x}{\Delta T}$$

$$\frac{1}{C} V = \frac{\Delta T}{\Delta x} \frac{\Delta x}{T}$$

$$\boxed{\frac{V}{C} = \frac{\Delta T}{T}}$$

Figura 8c. Se a fonte de son se afasta

$$C = \frac{\Delta x}{\Delta T}$$

$$\frac{1}{C} V = \frac{\Delta T}{\Delta x} \frac{\Delta x}{T}$$

$$\boxed{\frac{V}{C} = \frac{\Delta T}{T}}$$

Figura 8d. Se a fonte de son se achega

Aquí podemos comparar os períodos T e T_0 e ter unha maneira sinxela de relacionalas con V e C .

Os cálculos mostran que $\Delta T/T = V/C$. Sabendo que $\lambda = CT$ e $\Delta\lambda = C \Delta T$ e usando o cálculo obtido, dedúcese $\Delta\lambda/\lambda = V/C$.

Para o caso da luz a situación é similar. A súa velocidade é moito máis grande que a do son e as lonxitudes de ondas da luz visible moito máis curtas, pero as fórmulas matemáticas son as mesmas. Se consideramos unha fonte monocromática de luz, só ten unha lonxitude de ondas e podemos sacar as consecuencias seguintes:

- Se a fonte de luz se afasta do observador, o seu período parece máis grande que o orixinal así como a lonxitude de ondas: pódese dicir que se moveu cara á parte vermella do espectro. Por iso se fala de decalaxe cara ao vermello ou desvío ao vermello.
- Se a fonte de luz se achega ao observador, o seu período parece máis curto que o orixinal así como a lonxitude de ondas: pódese dicir que se moveu cara á parte azul do espectro. Por iso se fala de decalaxe cara ao azul ou desvío ao azul.

Que pasa cando se trata dunha fonte de luz “composta”, tal como a luz branca? A súa descomposición por un prisma ou unha rede de difracción dá un espectro de cores, constituído por todas as lonxitudes de ondas; se esa fonte de luz se move en relación ao observador, cada unha móvese cara ao lado azul ou vermello do espectro. Miremos agora a luz que recibimos dunha estrela, tal coma o Sol. O seu espectro non é continuo; pódense observar unas cantas liñas negras, cuxas lonxitudes de ondas corresponden aos elementos que a luz tivo que atravesar na súa viaxe cara ao observador. Podemos ver o mesmo espectro se usamos a luz que procede dun planeta, xa que é a luz solar reflectida pola superficie do planeta, xogando o papel de espello, e podemos observar cantidade de raias negras, correspondendo cada unha delas a unha lonxitude de ondas característica.

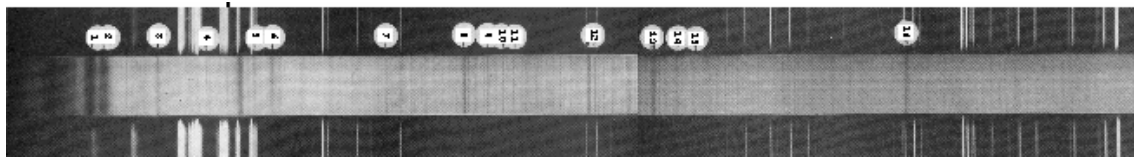


Figura 9. Espectro solar

Que pasa se a fonte de luz se move en relación ao observador? Cada unha das lonxitudes de ondas parece modificada e desprazada cara á parte vermella ou azul do espectro, segundo se estea movendo cara ao observador ou desde o observador. Se pretendemos medir este desprazamento, deberemos usar un espectro moi ben coñecido, chamado “de referencia”.

O espectro de Saturno

Miremos o espectro tomado no Observatoire de Haute Provence a 24 de xullo de 1962. Nesa data, Saturno situábase case en oposición ao Sol e o ángulo do plano do seu anel coa dirección observador-Saturno era moi pequeno. A súa distancia á Terra era $1,3 \times 10^9$ km.

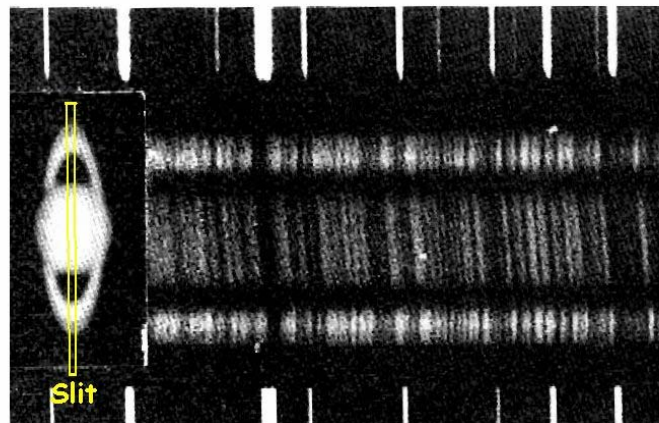


Figura 10. Mostra como a fenda do espectroscopio estaba situada

Na figura 10, a rendilla pasa por un diámetro do planeta (que pode ser considerado como o ecuador do planeta) e os dous extremos dos seus aneis. Así, permite obter 3 bandas nunha mesma imaxe. Na parte mediana, a banda mais ancha é o espectro da luz que nos devolve o globo de Saturno. Aos seus lados aparecen os espectros das extremidades dos seus aneis. Por fin aparece un espectro de comparación, coas moi ben coñecidas raias de emisión do ferro, sacado co mesmo espectroscopio: permitirá coñecer facilmente cada lonxitude de onda. Danse algunhas desas lonxitudes de ondas.

Como se pode apreciar, as liñas dos tres espectros vénse inclinadas e non as do espectro de referencia do ferro. Iso explica o Efecto Doppler-Fizeau e o movemento radial de cada punto, considerado como un espello que reflicte a luz do Sol. A esfera de Saturno está virando ao redor do seu eixe, de tal maneira que unha parte do seu ecuador se achega a nós, mentres outra parte se afasta, cada un deses puntos movéndose con distinta velocidade radial, relativamente a nós, situados na Terra. Os aneis tamén se moven arredor do planeta, pero cada unha das rocas que os constitúe móvense cunha velocidade distinta. Para usar

fórmulas do Efecto Doppler-Fizeau, enténdese facilmente que teremos que usar a velocidade radial de cada fonte de luz.

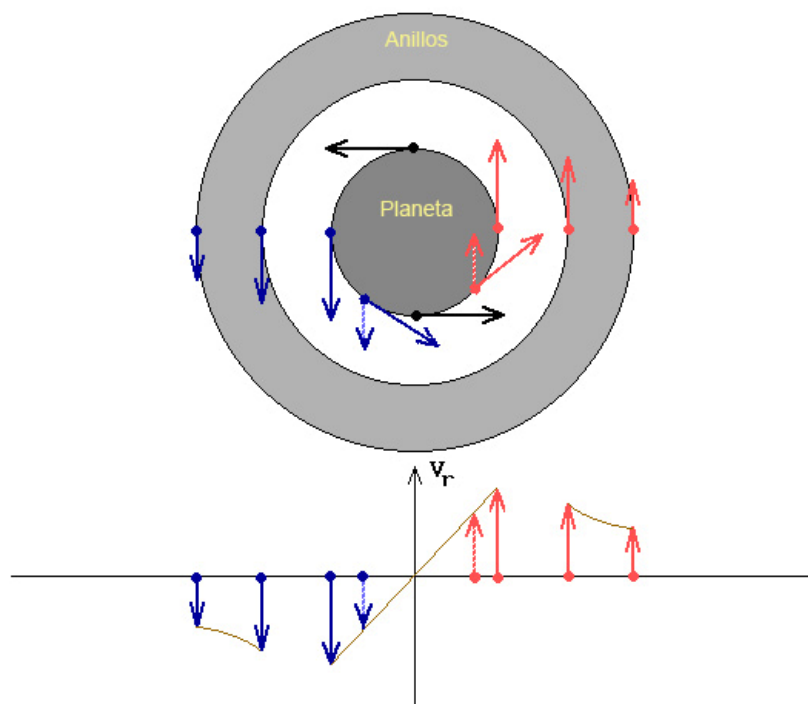


Figura 11. Vista superior de Saturno e os seus aneis

Coidado!

Eses obxectos actúan como espellos para a luz solar. Se tal espello se move en relación a nós con certa velocidade radial V_r , a imaxe que proporciona do Sol parece moverse cunha velocidade dobre, $2V_r$. Así, o valor que poderemos incluír nas fórmulas do Efecto Doppler-Fizeau deberá ser $V=2V_r$.

- Información complementaria:

Raio de Saturno: $R = 6,04 \times 10^4 \text{ km}$.

Cálculo da velocidade e período de rotación de Saturno usando o seu espectro

Nótase claramente que as liñas do espectro da esfera de Saturno están inclinadas e paralelas mentres que as do espectro de referencia non o están. Esta inclinación débese ao movemento de rotación do planeta. Un extremo do ecuador do planeta achégase ao observador (cunha velocidade relativa á que daremos o valor negativo $-V_r$) mentres o outro se afasta (cunha velocidade á que daremos o valor positivo V_r). Para o primeiro, e segundo o que vimos sobre o Efecto Doppler-Fizeau (sen esquecer que a velocidade V usada na fórmula debe estar multiplicada por 2), a lonxitude de onda observada, λ_{obl} , parece máis curta que o seu valor en repouso, λ_e :

$$(\lambda_{obl} - \lambda_e) / \lambda_e = -2V_r / C$$

Para o segundo, parece máis longa:

$$(\lambda_{ob2} - \lambda_e) / \lambda_e = + 2V_r / C$$

(Nota: Para calquera outro punto do ecuador do planeta pódese realizar un razoamento similar, usando como velocidade relativa o seu valor radial, obtido proxectando o vector velocidade sobre a dirección observador-planeta. Resulta así que as liñas están inclinadas e seguen unha recta).

Pretendemos calcular a velocidade de rotación dos puntos situados sobre o ecuador de Saturno. Para gañar precisión, estudaremos os dous puntos extremos do diámetro, cuxa velocidade radial é maior, e usaremos fórmulas do Efecto Doppler-Fizeau. Restando as dúas fórmulas anteriores pódese obter

$$(\lambda_{ob2} - \lambda_{ob1}) / \lambda_e = + 4V_r / C,$$

de onde despregando a velocidade de rotación tense

$$V_r = C \cdot (\lambda_{ob2} - \lambda_{ob1}) / 4\lambda_e$$

Debemos agora determinar sobre o espectro da figura 13 os valores de λ_{ob1} , λ_{ob2} e λ_e . Primeiro, usando dúas liñas do espectro de referencia e medindo a súa distancia na fotografía, determínase a escala da fotografía (por exemplo, en angstroms por milímetro: medimos 95,0 mm entre as liñas 4494,57 Å e 4466,54 Å. O cálculo dá para a escala: 28,03/95=0,295 Å/mm.

Medindo a diferenza entre as abscisas dos puntos extremos dunha mesma liña do espectro atópanse 2,0 mm, ou sexa $(\lambda_{ob2} - \lambda_{ob1}) = 0,59$ Å.

Para λ_e tomaremos un valor mediano como 4480 Å e poderemos atopar un valor aproximado: $V_r = 3 \cdot 10^8 \cdot 0,59 / (4 \cdot 4480) = 9,9 \cdot 10^3$ m/s, ou sexa, aproximadamente **10 km/s**.

Para deducir o período de rotación P do planeta Saturno, usaremos a velocidade de rotación calculada e o raio do planeta $R = 6,04 \cdot 10^4$ km. Sabemos que $2\pi \cdot R = V_r \cdot P$ e en consecuencia podemos deducir:

$$P = 2\pi \cdot R / V_r$$

Isto é, $P = 3,79 \cdot 10^4$ s; é dicir, **P = 10h 32min** (o valor actualmente aceptado é 10h 14min)

Cálculo da velocidade e período de rotación dos aneis de Saturno usando o seu espectro

Basta con observar as liñas do espectro dos aneis para ver, aplicando aquí tamén as relacións do Efecto Doppler-Fizeau, que a parte interior do anel vira máis rapidamente que a exterior, por tanto os aneis non se comportan como un corpo sólido.

Aplicando o mesmo razoamento que fixemos para a rotación do planeta, calcularemos a velocidade da parte exterior do anel. Considerando os dous extremos dunha liña do

espectro correspondente ao anel, dá unha diferenza entre as abscisas duns 3,5 mm. Facendo un cálculo similar ao anterior apartado, obtemos unha velocidade $V_r' = 17,5 \text{ km/s}$. Na fotografía da figura 13, pódese comparar o diámetro da esfera de Saturno e o diámetro externo do anel: miden respectivamente 23 mm e 54 mm. Coñecendo o valor do raio de Saturno $R = 6,04 \cdot 10^4 \text{ km}$, pódese calcular o raio externo R_{max} do anel $R = 6,04 \cdot 10^4 \text{ km}$, pódese calcular o raio externo R_{max} do anel: $R_{\text{max}} = 54 \cdot R / 23$, ou sexa, aproximadamente, $R_{\text{max}} = 1,42 \cdot 10^5 \text{ km}$.

O período de rotación do bordo exterior dos aneis calcúlase como no caso do planeta. Obtense $P' = 2 \cdot \pi \cdot R_{\text{max}} / V_r'$, ou sexa, $P' = 14 \text{ h } 09 \text{ min}$.

Cálculo da masa e a densidade de Saturno usando as leis de Newton

Partindo dos resultados anteriores e das leis de Newton, pódese estimar o valor da masa M_s de Saturno. Aplicando a lei de Newton a unha pedra de masa m circulando con velocidade V' na parte máis exterior do anel á distancia R_{max} do centro do planeta, pódese escribir, sendo G a constante da gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$:

$$M \cdot V'^2 / R_{\text{max}} = G \cdot M_s \cdot m / R_{\text{max}}^2$$

onde, simplificando, dedúcese a masa de Saturno:

$$M_s = V'^2 \cdot R_{\text{max}} / G$$

Substituíndo os valores calculados antes para a velocidade e o raio máximo da parte máis exterior do anel obtense $M_s = 6,5 \cdot 10^{26} \text{ kg}$ (o valor actualmente aceptado é $5,7 \cdot 10^{26} \text{ kg}$)

Para calcular a densidade de Saturno necesítase coñecer a masa e o volume do corpo. Coñecendo o raio R de Saturno, pódese calcular o seu volume V_s

$$V_s = 4 \cdot \pi \cdot R^3 / 3$$

Calcúlase entón a súa densidade: $d = M_s / V_s = 0,70$. E así se confirma que Saturno podería flotar sobre a auga, a condición de que se consiga un “lago” bastante grande para recibilo.

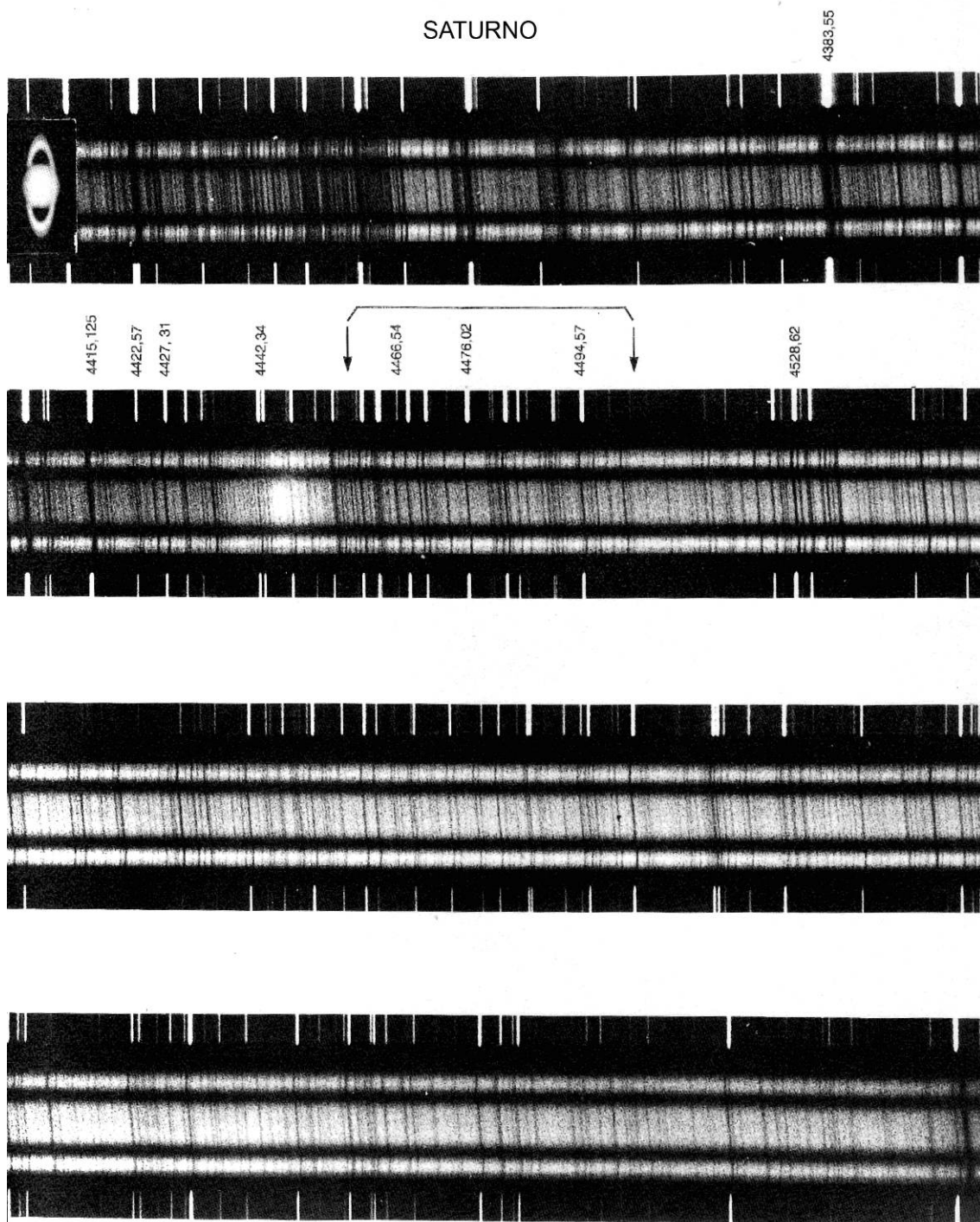


Figura 12. Espectro do planeta Saturno e os seus aneis (Observatoire de Haute Provence)

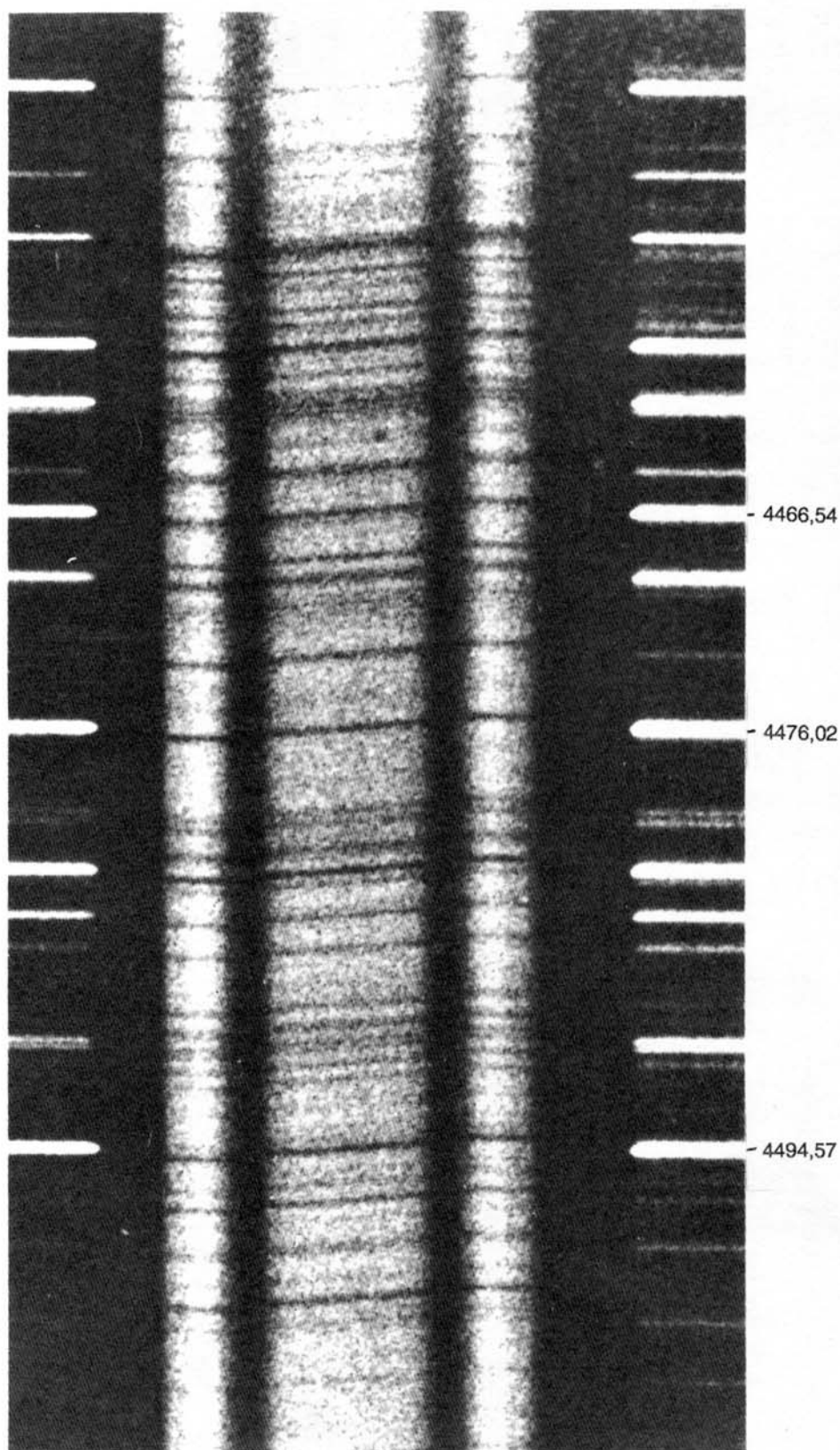


Figura 13. Detalhe da figura anterior. Espectro do planeta Saturno e os seus anéis (Observatoire de Haute Provence, 24/07/1962)

Material adicional

- Berthomieu, F., Ros, R.M.: About Saturn's Rings and its Spectrum, Proceedings of 10th EAAE International Summer School, 11, 38, Barcelona, 2006.
- Ros, R.M., Viñuales, E., Saurina, C.: *Astronomía: fotografía y telescopio*, Mira Editores, Zaragoza, 1993.
- Pódense obter imaxes orixinais do espectro:
<http://www.ac-nice.fr/clea/CleaCommande.html>
- Pódense conseguir outros documentos útiles en:
<http://www.csic.es/astrosecundaria>