

LENTE GRAVITACIONAIS



Lentes Gravitacionais: simulacións sinxelas e exemplos numéricos

Resumo

Nesta unidade preténdese aproximar os alumnos ao concepto de lentes gravitacionais mediante unha pequena introdución teórica, algunhas actividades sinxelas que permiten simular os seus efectos e exemplos numéricos con datos reais.

Contidos:

Como actúan as lentes gravitacionais

Alguns exemplos de observación

Quásares múltiples

Aneis de Einstein

Arcos luminosos xigantes

Actividades

Simulación da curvatura do espazo cun pedazo de tea

Simulación da lente gravitacional con copa de viño

Simulación da lente gravitacional cun pé de copa

Desenvolvemento xeométrico

Ángulo de desviación segundo a teoría de Newton

Ángulo de desviación segundo a teoría de Einstein

Exemplos numéricos

Exemplo1: Repetindo o cálculo da eclipse solar de 1919

Exemplo2: Primeiro planeta extrapolar detectado por "microlensing"

Material adicional

Nivel:

Segundo ciclo de ESO e Bacharelato

Referencia:

1st ESO-EAAE Astronomy Summer School

<http://www.eaae-astro.org>, <http://www.eaae-astronomy.org>

<http://www.csic.es/astrosecundaria>

Autores:

Rosa M. Ros Ferré (Universitat Politècnica de Catalunya)

Coordinadora apuntamentos pedagóxicos "Con A de Astrónomas":

Josefina F. Ling (Universidade de Santiago)

Axudantes de maquetación e tradución:

Surinye Olarte Vives, Alejandra Díaz Bouza



Ella es una Astrónoma



LENTE GRAVITACIONAIS:

SIMULACIÓNS SINXELAS E EXEMPLOS NUMÉRICOS

Resumo

Einstein predixo que unha estrela situada nun primeiro plano podería magnificar a imaxe dunha estrela do fondo estelar. Pero era escéptico respecto de que esta ilusión puidese ser vista xamais. Considerouno demasiado improbable como para ter un interese práctico. Non foi até 1979 cando os astrónomos viron realmente a evidencia das lentes gravitacionais. O estudo destas lentes pode ser considerado aínda como unha nova ciencia observacional.

Este traballo presenta un conxunto de actividades sinxelas que permiten simular os efectos das lentes gravitacionais e algúns exemplos numéricos con datos reais.

Como actúan as lentes gravitacionais

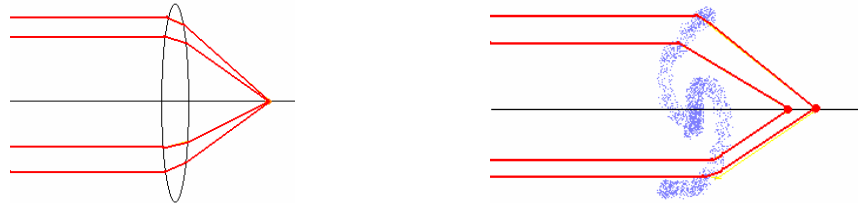
A luz sempre segue o camiño máis curto posible entre dous puntos. Pero se unha masa está presente o espazo cúrvase, e entón o camiño máis curto posible é unha curva como se pode ver nas figuras 1a e 1b. Esta idea non é difícil para os estudantes. Realmente podemos mostrarlle sobre un globo terrestre. Evidentemente eles poden entender que sobre a superficie da Terra as distancias entre dous puntos son sempre segundo unha curva.



Figuras 1: se o espazo é curvo, o camiño máis curto entre dous puntos é unha curva.

En xeral, podemos imaxinar as lentes gravitacionais como unha lente ordinaria, pero neste caso a desviación da luz producida pola masa substitúe o fenómeno da refracción das lentes. A diferenza máis importante é que unha lente convexe ordinaria ten un punto focal ben definido e unha lente gravitacional non.

- **Para unha lente convexa ordinaria**, a luz próxima ao bordo da lente é desviada máis que a luz próxima ao eixe óptico. Así a lente enfoca os raios paralelos nun punto: o foco (figura 2a).
- **Para unha lente gravitacional**, a luz próxima ao bordo é desviada menos que a luz preto do centro. Entón, a lente enfoca a luz nunha liña próxima a un punto (figura 2b). Este feito introduce diversas distorsións nas imaxes que se mostran seguidamente.



Figuras 2a e 2b: as lentes convexas convencionais enfocan os raios paralelos de luz cara a un punto: o foco. As lentes gravitacionais enfocan a luz nunha liña en lugar dun punto.

Esencialmente as lentes gravitacionais producen unha curvatura nos raios de luz. En consecuencia, os obxectos parecen estar nun lugar diferente e aparecen magnificados. Como non son lentes perfectas, xa que non teñen un foco puntual, as imaxes que producen están deformadas. Poden xerar arcos brillantes ou imaxes múltiples dun obxecto. A continuación, clasifícanse algúns destes fenómenos.

- **Cambio de posición.** A desviación dá lugar a unha aparente localización da estrela, galaxia ou quásar no ceo (figura 3).

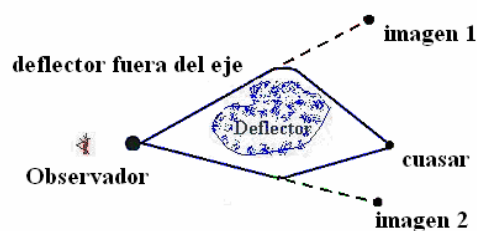


Figura 3: as lentes gravitacionais cambian a situación aparente da estrela, galaxia ou quásar.

- **Magnificación.** Para unha lente normal, a desviación e o enfoque dos raios de luz afecta ao brillo aparente da estrela ou do quásar do fondo de ceo. Algúns observadores mediron ampliacións de máis de 100 veces. Realmente o deflector actúa como unha lente normal.
- **Deformación.** Se a luz do corpo desviado é un cúmulo ou outro obxecto non puntual, as imaxes obtidas son un conxunto dos arcos do brillo que parecen case círculos con máis ou menos o mesmo centro. Se o sistema da lente é perfectamente simétrico, os raios converxen e a imaxe resultante é un anel (figura 4). Se a luz do corpo desviado é unha

estrela ou unha fonte puntual, as imaxes obtidas permanecen como puntos.

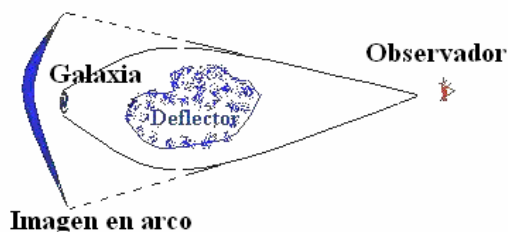


Figura 4: se o corpo desviado é un obxecto estendido, as imaxes obtidas son un conxunto de arcos brillantes que parecen case círculos con máis ou menos o mesmo centro. Se o sistema da lente é perfectamente simétrico, os raios converxen e a imaxe resultante é un anel.

- **Multiplicación.** Cando as lentes gravitacionais non son perfectas, as máis fortes poden producir imaxes múltiples (figura 5).

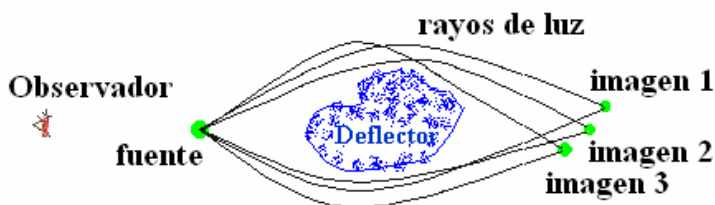


Figura 5: como as lentes gravitacionais non son perfectas, as máis fortes poden producir imaxes múltiples.

Algúns destes efectos poden repetirse cunha simulación. A modo de exemplo incluimos algunhas direccións web nas referencias finais.

Algúns exemplos de observación

- **Quásares múltiples.** En 1979 Walsh descubriu o dobre quásar Q0957+561, un dobre par de quásares case idénticos un preto do outro no ceo. Era practicamente imposible que fose unha coincidencia. Actualmente, aínda se fan estas clases de descubrimentos e eles son a clara proba da existencia de lentes gravitacionais. Mesmo hai algúns quásares que mostran catro imaxes e a orixinal (figura 6a).



Figuras 6: a quásar múltiple, b anel de Einstein, c arcos luminosos xigantes.

- **Aneis de Einstein.** Cando a galaxia que actúa de lente é esfericamente simétrica, redistribúese a luz dun quásar ou unha galaxia do fondo nun círculo completo. O diámetro do anel é proporcional á raíz cadrada da masa de deflector. Este é un novo método posible para determinar a masa da galaxia que actúa de lente. No caso da foto 6b, a aliñación é tan precisa que a galaxia afastada é distorsionada nun anel xigantesco case perfecto ao redor da galaxia próxima, unha formación coñecida como un anel de Einstein. O pico brillante no centro do ollo de boi é a galaxia máis próxima (foto 6b).
- **Arcos luminosos xigantes.** Se a lente non é unha galaxia, senón un grupo enteiro de galaxias, a imaxe pode ser un calidoscopio de arcos e fragmentos de arcos totalmente distorsionados. O grupo é tan masivo e tan compacto que curva e enfoca a luz de galaxias que están detrás. Como resultado, múltiples imaxes destas galaxias do fondo son distorsionadas en débiles segmentos de arcos. Baseado nestas imaxes, os astrónomos procuran reconstruír a distribución masiva dentro do cúmulo. Os resultados implican que os cúmulos están dominados por materia escura non detectada (foto 6c).

Actividades

Actividade 1. Simulación da curvatura do espazo cun pedazo de tea.

É moi sinxelo simular a curvatura do espazo determinada por un buraco negro usando un anaco de tecido e colocando unha pelota pesada no centro. Se lanzamos unha pelota máis lixeira, a súa traxectoria seguirá unha curva no espazo simulando a traxectoria do raio de luz que non segue unha liña recta, senón que segue unha curva (figura 7). O grao desta desviación depende do preto que pase o raio de luz do corpo central e do masivo que sexa este. O ángulo de desviación é directamente proporcional á masa e inversamente proporcional á distancia como se deducirá no apartado titulado “Aproximación xeométrica”.

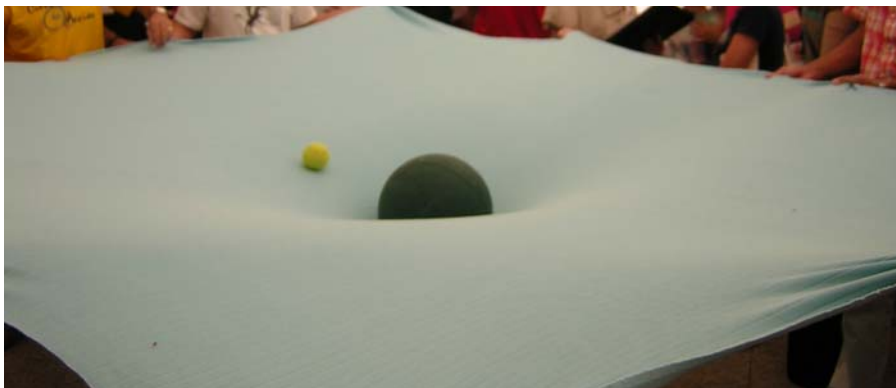


Figura 7: a traxectoria non é en liña recta senón seguindo unha curva.

Actividade 2. Simulación de lente gravitacional con copa de viño.

Podemos simular unha lente gravitacional utilizando unha copa de viño. Por suposto unha copa de viño non é unha lente gravitacional, pero é un modelo sinxelo que permite "mostrar como a materia" pode introducir deformacións nas imaxes observadas.

É fácil comprobar que esta simulación dá lugar á "deformación do espazo". Basta situar a copa sobre "papel milimetrado" e observando a través de viño branco (ou dalgún zume amarelado), podemos ver esta deformación (figura 8a).

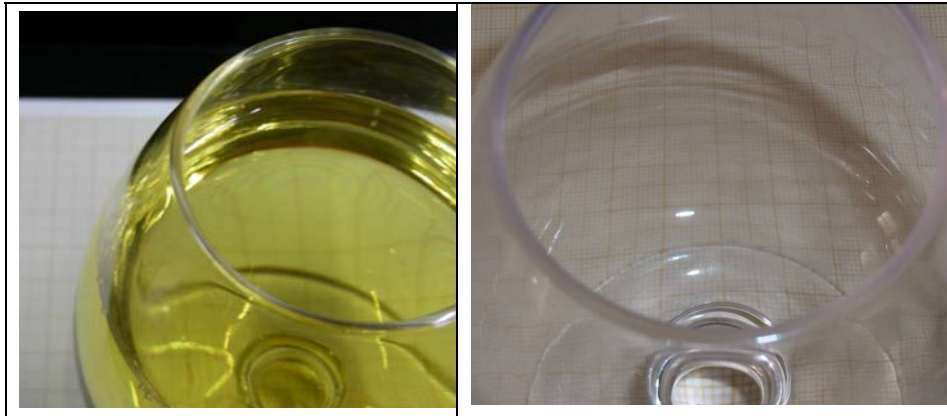


Figura 8: se pomos a copa sobre "papel milimetrado" e observamos a través do viño, podemos ver esta deformación. Non se observa deformación se a copa colocada sobre o papel milimetrado está baleira.

Vexamos agora como simular o anel de Einstein ou a multiplicidade de imaxes. É suficiente tomar unha lanterna que produce "un raio da luz". Situando a lanterna alén da copa de viño tinto para que o raio da luz pase a través dela.

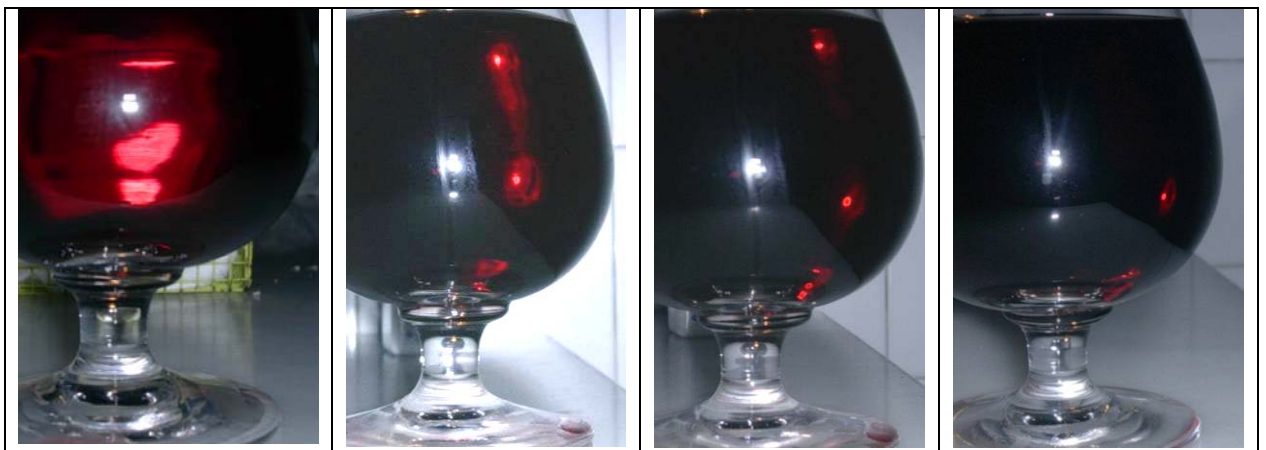


Figura 9: a luz da lanterna está deformada nunha "forma amorfa", nun arco entre os puntos brillantes vermellos, en 4 ou 5 puntos vermellos brillantes ou só nun punto.

Se observamos a luz, podemos vela e movela de dereita a esquerda e de arriba a abaixo. Observamos que a luz produce imaxes repetidas e nalgúns casos algúns arcos. Isto é a consecuencia de que a copa actúe como unha lente que "deforma" o espazo. En particular podemos observar ás veces unha "forma amorfa rara", ou un punto vermello brillante, catro puntos vermellos ou un arco entre os puntos vermellos (figura 9).

Actividade 3. Simulación de lente gravitacional cun pé de copa.

Podemos simular a lente mirando a través do pé dunha copa. Este é un obxecto fácil de conseguir, basta con cortar o pé dunha copa. Se o pomos sobre un papel milimetrado e observamos a través del, podemos ver esta deformación (figura 10).

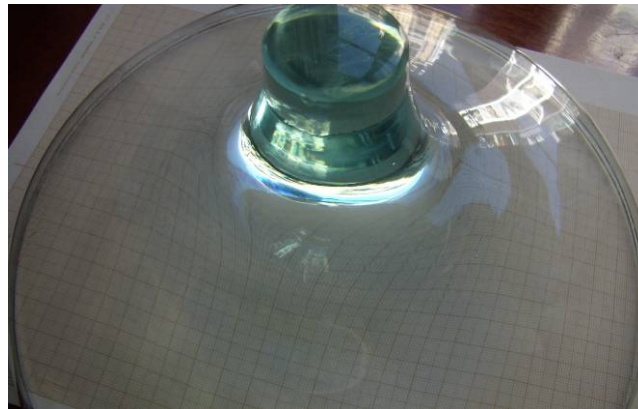


Figura 10: o pé de copa sobre una folla de papel milimetrado mostra a deformación.

Movendo lentamente de dereita a esquerda o pé da copa sobre un obxecto, un circulo vermello, iremos reproducindo os diferentes obxectos reais observados.



Figuras 11: o pé de copa é un simulador de diversos obxectos: segmentos de arco, imaxes de puntos e aneis de Einstein.

Desenvolvemento xeométrico

Ángulo de desviación segundo a teoría de Newton

Consideramos un fotón que pasa preto do deflector de masa M e sexa v_p a compoñente perpendicular (á traxectoria orixinal) da velocidade do fotón (v_p non é a velocidade total do fotón). Asumimos que a masa de fotón é o $m = 1$, entón a forza é igual á aceleración:

$$f = \frac{dv_p}{dt}$$

Segundo a teoría de Newton, con $m = 1$, a compoñente da forza perpendicular á traxectoria do fotón será, de acordo coa figura 2a:

$$f = \frac{GM}{r^2} \sin \theta$$

Igualando ambas relacións:

$$\frac{dv_p}{dt} = \frac{GM}{r^2} \sin \theta$$

Se introducimos:

$$r = \sqrt{x^2 + a^2} \quad \text{y} \quad \sin \theta = \frac{a}{r}$$

pola xeometría da figura 2a, obteremos:

$$dv_p = GM \frac{a}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dt$$

Como a desviación do fotón é pequena, tense $v_p \ll c$, e como $c = dx/dt$ e a integral verifica:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x^2 + a^2)^{-3/2} dx = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{2}{a^2}$$

Despois de substituír e integrar, temos:

$$v_p = \frac{2GM}{ac}$$

E obtemos o “ángulo α de desviación”, segundo Newton, $\alpha = v/c$

$$\alpha = \frac{2GM}{ac^2}$$

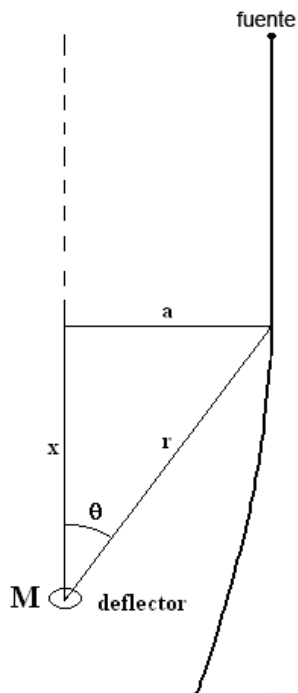


Figura 12a: traxectoria do fotón próximo ao deflector.

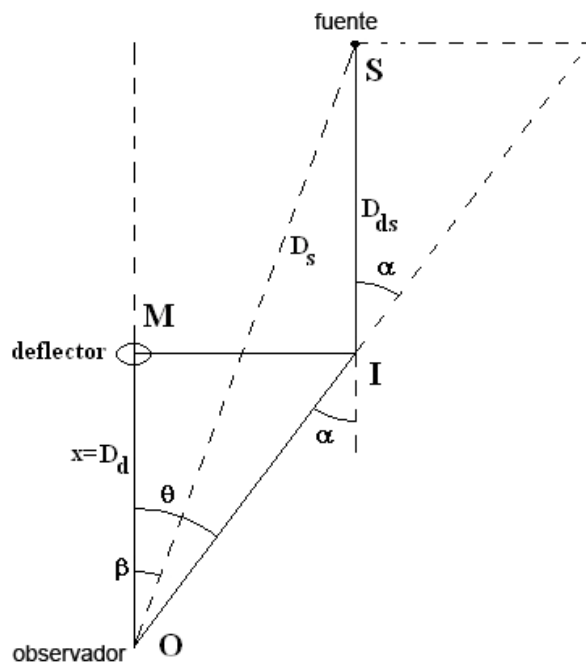


Figura 12b: xeometría do raio de luz.

Ángulo de desviación segundo a teoría de Einstein

No caso relativista, a gravidade actúa sobre a compoñente espacial e tamén sobre a compoñente temporal, e o ángulo de desviación é o dobre que no caso clásico. Entón, o ángulo de desviación en teoría de relatividade é:

$$\alpha = \frac{4GM}{ac^2}$$

O ángulo de desviación é directamente proporcional á masa do deflector.

• Ángulo de desviación característico α_0 e a posición θ da lente

Na figura 2b, do triángulo OSI dedúcese:

$$\frac{\sin(180-\alpha)}{D_s} = \frac{\sin(\theta-\beta)}{D_{ds}}$$

Verifícase:

$$\sin(180-\alpha) = \sin \alpha$$

e, para ángulos pequenos, aproximamos o seno ao seu ángulo, así deducimos:

$$\beta = \theta - \frac{D_{ds}}{D_s} \alpha$$

Pola xeometría do problema, $\tan \theta = a/D_d$, e tendo en conta que θ é moi pequeno, $\theta \approx \tan \theta$, e substituíndo $a=D_d \theta$ na relación anterior e á expresión calculada para α previamente obtense:

$$\beta = \theta - \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s D_d} \frac{1}{\theta}$$

Finalmente introducindo o “ángulo característico de desviación” α_0 como un valor que só depende da masa do deflector e as distancias á fonte e ao deflector,

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s D_d}}$$

onde deducimos,

$$\theta = \frac{1}{2} \left(\beta \pm \sqrt{4\alpha_0^2 + \beta^2} \right)$$

Logo para cada β hai máis dun θ . Resumindo, θ dá a posición da lente dependendo da posición real da fonte β e α_0 .

• Raio de Einstein

Para o caso especial no que a fonte S este detrás da lente o deflector ($\beta = 0$ na Figura 2b), debido á simetría, fórmase un anel cuxo radio é chamado “Radio de Einstein θ_E ”.

$$\theta_E = \alpha_0 = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s D_d}}$$

No caso que a fonte S e a masa do deflector M está na liña, $\beta = 0$, podemos observar arcos circulares ao redor da masa do deflector. É posible medir o radio deste círculo e se as distancias son coñecidas é posible calcular a masa.

Exemplos numéricos

Exemplo 1. Repetindo o cálculo da eclipse solar de 1919

Segundo a teoría newtoniana da gravidade, a forza de atracción do Sol podería dobrar os raios de luz das estrelas afastadas e esta desviación debía ser de 0,875 segundos de arco. Segundo a teoría da relatividade esta desviación é o dobre. Arthur Eddington mediu este efecto en 1,75 segundos de arco e confirmou a predición de Einstein durante a eclipse solar de maio de 1919 (figura 13).

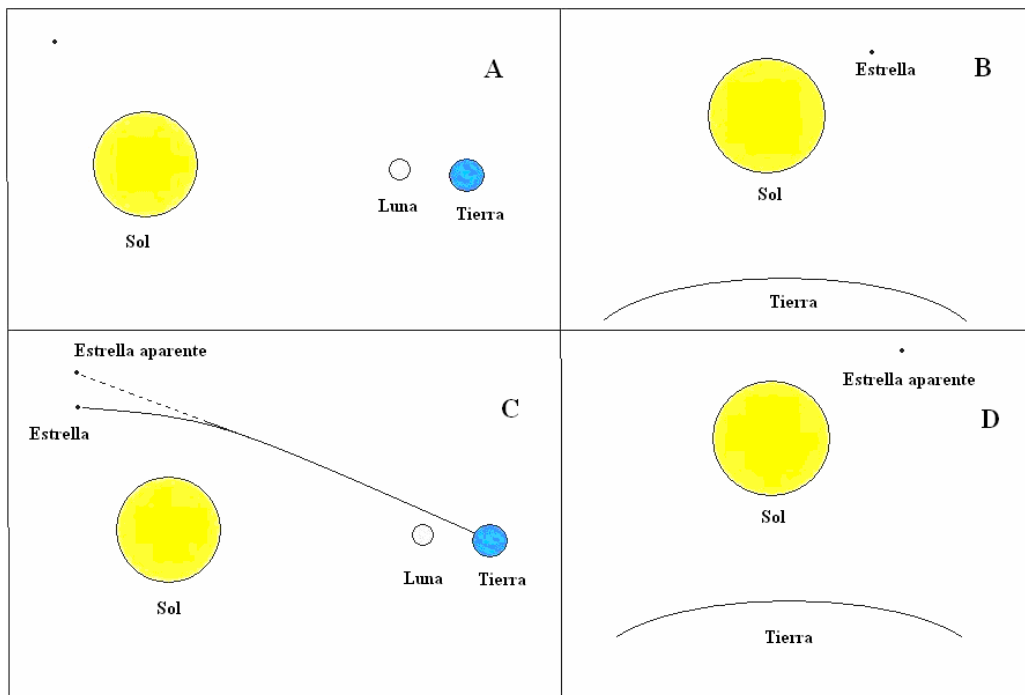


Figura 13: na figura A móstrase unha vista lateral da eclipse solar. Na B aparece unha vista frontal desde a Terra cunha estrela á dereita do Sol. Se se ten en conta a predición de Einstein na vista lateral (figura C) a estrela parece estar máis lonxe do Sol que na súa posición real. Para o observador desde a Terra (figura D) a estrela parece estar aparentemente máis afastada do Sol que na súa posición real (figura B).

Calcule os dous valores do ángulo de desviación (segundo Newton e Einstein) usando a gravitación universal constante $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ no sistema de MKS, a velocidade da luz $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, masa solar $M_S = 19.891 \cdot 10^{30}$ kg e o radio solar $R_S = 698.000$ km.

Resultados segundo Newton: $\alpha = 0,004224 \times 10^{-3}$ radiáns $\times 2 \times 10^5$ segundos de arco = 0,84 segundos de arco (usando que 1 radián = 2×10^5 segundos de arco)

Resultados segundo Einstein $\alpha = 0.008448 \times 10^{-3}$ radiáns $\times 2 \times 10^5$ segundos de arco = 1,68 segundos de arco (usando que 1 radián = 2×10^5 segundos de arco)

Exemplo 2. Primeiro planeta extrasolar detectado por "microlensing"

Por un período de preto dunha semana (do 17 ao 21 de xullo de 2003) a curva de luz do obxecto "OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53" sufriu unha alteración que motivou que parecese que correspondía a un sistema dobre cunha compoñente de só 0,4% da masa da compoñente máis pesada, o que implicaba que a compoñente máis lixeira debía ser un planeta (figura 4). O 15 de abril de 2004 dous equipos diferentes e por separado (os equipos OGLE e MOA) anunciaron o descubrimento dun planeta fóra do noso sistema solar situado a 17.000 anos luz. A estrela do fondo estaba a 24.000 anos luz. A masa da estrela era 0,36 M_S e o raio de Einstein era de preto de medio miliarcosegundo (o planeta descuberto era dunhas 1,5 veces a masa de Xúpiter e presumiblemente de tipo gasoso. Dando voltas á estrela a 3 au, lembremos que Xúpiter está a 5,2 au do Sol).

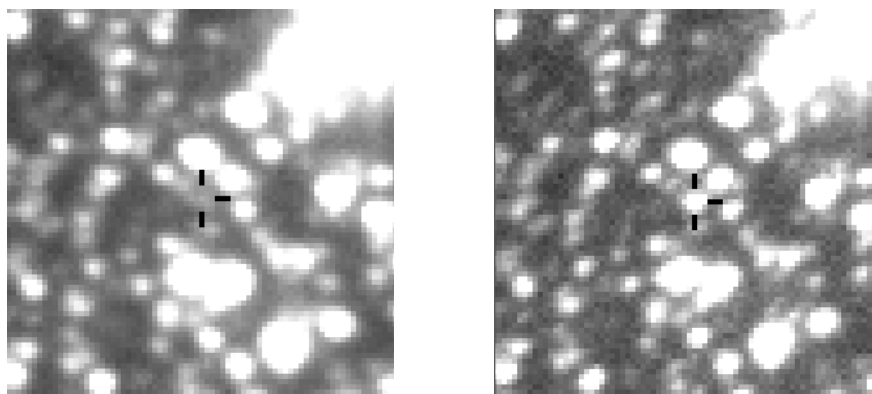


Figura 14: cambios de brillo nunha estrela producidos por unha estrela invisible co seu invisible planeta extrasolar OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53 (sen aumentar, esquerda, aumentado, dereita).

Calculade o raio de Einstein θ_E usando $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $M = 0.36 M_S$, $D_d = 17000$ a.l. e $D_s = 24000$ a.l. No caso de microlensing, asumiremos que a é moi pequeno se comparamos coas distancias D_{ds} , D_d , D_s e supomos que na práctica, $D_s = D_d + D_{ds}$. Finalmente verificade que o θ_E obtido é da orde de medio miliarcosegundo.

$$\text{Entón, } D_{ds} = D_s - D_d = 22704 \cdot 10^{16} - 16084 \cdot 10^{16} = 6620 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

E o raio de Einstein $\theta_E = 0.2 \cdot 10^{-8}$ radiáns. Se temos en conta que $1 \text{ radián} = 2 \times 10^5 \theta_E = 0'' \cdot 4 \cdot 10^{-3}$ segundos de arco. É dicir medio milisegundo.

As lentes gravitacionais proporcionan un instrumento moi útil con que estudar o universo. Como "balanza", proporciónanos unha medida da masa do corpo que actúa de lente, e como "cristal de aumento", permítenos ver detalles en obxectos que doutro xeito estarían máis aló do alcance de telescopios actuais.

Material adicional

- R.M. Ros, Experiments and exercises involving gravitational lenses, *Proceedings 1st ESO-EAAE Astronomy Summer School*, Barcelona 2007
- R.M. Ros, Gravitational Lenses in the classroom, *Physics Education*, 43, Bristol, 2008
- R.M. Ros, What kind of astronomy should be taught at the beginning of the 21st century? *Proceedings of IAU 1st MEARIM Congress*, Cairo, 2008 (in press)
- Simulación de aneis de Einstein para galaxias simétricas esféricas. Semellante ao obxecto real "A Bulls-Eye Einstein Ring".
<http://www-ra.phys.utas.edu.au/~jlovell/simlens>
- Simulación de lentes gravitacionais con M33
<http://leo.astronomy.cz/grlens/grl0.html> M33
- Simulación da Cruz de Einstein. Semellante á Cruz de Einstein (Q 2237+0305).
<http://www.iam.ubc.ca/%7Enewbury/lenses/lensdemo/demo.ht>.